BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM NÂNG CAO PHẦN DÃY SỐ

XÁC ĐỊNH SỐ HẠNG THỨ n TRONG DÃY SỐ



Nguyễn Chiến 0973.514.674

Câu 1. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + n^2 + 2018}; n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 21 trong dãy số có giá trị gần nhất là

A. 201. **B.** 207. **C.** 213. **D.** 219.

Câu 2. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 3, n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 trong dãy số có giá trị là

A. 4060226. **B.** 4064257. **C.** 4060229. **D.** 4064260.

Câu 3. Cho dãy số xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + ... + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Số hạng thứ 100 trong dãy số có giá trị là

A. $\frac{1}{39999}$. **B.** $\frac{100}{201}$. **C.** $\frac{50}{201}$. **D.** $\frac{50}{67}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1.2.3 \\ u_2 = 2.3.4 \\ u_n = n(n+1)(n+2) \end{cases}$

Đặt $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$. Giá trị của S_{30} là

A. 28184. **B.** 245520. **C.** 215760. **D.** 278256.

Câu 5. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + (3n+2)u_n}; n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 50 trong dãy số có giá trị là

A. $\frac{1}{3775}$. **B.** $\frac{1}{3926}$. **C.** $\frac{1}{3625}$. **D.** $\frac{1}{3774}$.

Câu 6. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 7; n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 trong dãy số có giá trị là

A. 2024 **B.** 2025. **C.** 14114. **D.** 14113.

Câu 7. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 5u_{n-1} + 6; n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng thứ 6 trong dãy số có giá trị là

A. $2187,5$. **B.** $10937,5$. **C.** 10936. **D.** 2186.

Câu 8. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_1 = 5 \\ u_n = 5u_{n-1} - 6u_{n-2}; n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng thứ 15 trong dãy số có giá trị là

A. 4733113. **B.** 4799353. **C.** 14381675. **D.** 14381673

Câu 9. Cho dãy số xác định bởi:

$$u_n = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}.$$

Số hạng thứ 99 trong dãy số có giá trị là

A. $\frac{9}{10}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 10. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases}$ $\forall n \geq 1$. Số hạng thứ 32 trong dãy số có giá trị là

A. 246016. **B.** 246017. **C.** 216226. **D.** 216225.

Câu 11. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 2. \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 trong dãy số có giá trị là

A. 6089330. **B.** 6089335. **C.** 6095376. **D.** 6095381.

Câu 12. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 1 - 2.5^n; n \geq 1 \end{cases}$.

Số hạng thứ 10 trong dãy số có giá trị là

A. -4882683. **B.** 4882683. **C.** $-4882687,5$. **D.** $4882687,5$.

Câu 13. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n; n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 15 trong dãy số có giá trị là

A. $\frac{1}{2^{12}}$. **B.** $\frac{1}{2^{15}}$. **C.** $\frac{1}{2^{11}}$. **D.** $\frac{1}{2^{16}}$.

Câu 14. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + 1; n \ge 2 \end{cases}$. Số hạng thứ 5525 trong dãy số có giá trị là

A. $5525^2 - 5523$. **B.** $5525^2 - 5524$ **C.** $\frac{1}{2}\left(5525^2 - 5523\right)$ **D.** $\frac{1}{2}\left(5525^2 - 5524\right)$.

Câu 15. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 + u_n} \end{cases}$; $n \ge 1$. Số hạng thứ 100 trong dãy số có giá trị là

A. 100. **B.** $\frac{1}{100}$. **C.** 99 **D.** $\frac{1}{99}$.

Câu 16. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5, n \ge 1 \end{cases}$.

Số hạng thứ 2018 trong dãy số có giá trị là

A. $3.2^{2017} - 5$. **B.** $3.2^{2017} + 1$. **C.** $3.2^{2018} - 5$. **D.** $3.2^{2018} + 1$.

Câu 17. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \ge 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 5000 trong dãy số có giá trị là

A. $5000^2 + 3.5000 + 1$. **B.** $5000^2 + 1$.

C. $5000^2 + 2.5000 + 1$. **D.** $5000^2 + 2.5000$.

Câu 18. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 9u_n + 8n^2 + 14n + 1; n \ge 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 7 trong dãy số có giá trị là

A. 4517185. **B.** 501868. **C.** 4517180. **D.** 501863.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM NÂNG CAO PHẦN DÃY SỐ

XÁC ĐỊNH SỐ HẠNG THỨ n TRONG DÃY SỐ 

Nguyễn Chiến 0973.514.674

Câu 1. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + n^2 + 2018}; n \ge 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 21 trong dãy số có giá trị gần nhất là

A. 201. **B.** 207. **C.** 213. **D.** 219.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + n^2 + 2018} \Rightarrow u_{n+1}^2 = u_n^2 + n^2 + 2018; n \ge 1$

$$u_1^2 = 2018$$
$$u_2^2 = u_1^2 + 1^2 + 2018$$
$$u_3^2 = u_2^2 + 2^2 + 2018$$
$$u_4^2 = u_3^2 + 3^2 + 2018$$
$$\dots \qquad \dots$$
$$u_n^2 = u_{n-1}^2 + (n-1)^2 + 2018$$

Cộng n đẳng thức trên theo vế ta được

$$u_n^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + 2018n$$

Mà $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 = \frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$$

$$u_n^2 = \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} + 2018n = \frac{1}{6}n(2n^2 - 3n + 12109)$$

$\Rightarrow u_n = \dfrac{1}{6}\sqrt{6n(2n^2 - 3n + 12109)} \Rightarrow u_{21} = 8\sqrt{707} \approx 213 \Rightarrow$ ***Đáp án C.***

Câu 2. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 3, n \ge 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 trong dãy số có giá trị là

A. 4060226. **B.** 4064257. **C.** 4060229. **D.** 4064260.

Lời giải

Ta có : $u_1 = 2$

$u_2 = u_1 + 2.1 - 3$

$u_3 = u_2 + 2.2 - 3$

… …

$u_n = u_{n-1} + 2(n-1) - 3$

Cộng theo vế n đẳng thức trên ta được:

$u_n = 2 + 2[1 + 2 + ... + (n-1)] - 3(n-1)$

$\Rightarrow u_n = 2 + (n-1)n - 3(n-1) = n^2 - 4n + 5$

$\Rightarrow u_{2017} = 2017^2 - 4.2017 + 5 = 4060226 \Rightarrow$ ***Đáp án A.***

Câu 3. Cho dãy số xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + ... + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Số hạng thứ 100 trong dãy số có giá trị là

A. $\frac{1}{39999}$. **B.** $\frac{100}{201}$. **C.** $\frac{50}{201}$. **D.** $\frac{50}{67}$.

Lời giải

$\forall k \in \mathbb{N}^*$ ta có $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2}.\frac{(2k+1)-(2k-1)}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1}\right]$

Khi $k = 1 \Rightarrow \frac{1}{1.3} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right]$

Khi $k = 2 \Rightarrow \frac{1}{3.5} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right]$

Khi $k = 3 \Rightarrow \frac{1}{5.7} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right]$

… …

Khi $k = n \Rightarrow \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right]$

Cộng n đẳng thức trên theo vế và giản ước ta được

$u_n = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{2n+1}\right] \Rightarrow u_n = \frac{n}{2n+1} \Rightarrow u_{100} = \frac{100}{201} \Rightarrow$ ***Đáp án B.***

Cách khác: Sử dụng máy tính: $\sum_{1}^{30} \frac{1}{(2X+1)(2X-1)} = \frac{100}{201}$

Câu 4. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1.2.3 \\ u_2 = 2.3.4 \\ u_n = n(n+1)(n+2) \end{cases}$

Đặt $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$. Giá trị của S_{30} là

A. 28184. **B.** 245520. **C.** 215760. **D.** 278256.

Lời giải

$S_1 = a_1 = 1.2.3$

$S_2 = a_1 + a_2 = 1.2.3 + 2.3.4 = 2.3.5$

$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 2.3.5 + 3.4.5 = 3.5.6$

$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{4}.1.2.3.4, \quad S_2 = \frac{1}{4}.2.3.4.5, \quad S_3 = \frac{1}{4}.3.4.5.6$

Nhận thấy quy luật nên giả sử $S_k = \frac{1}{4}.k.(k+1)(k+2)(k+3), k \geq 3$ (giả thiết quy nạp)

Ta sẽ chứng minh $S_{k+1} = \frac{1}{4}.(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)$

Thật vậy, theo đề bài $\Rightarrow S_{k+1} = S_k + a_{k+1} = S_k + (k+1)(k+2)(k+3)$

Theo giả thiết quy nạp $\Rightarrow S_{k+1} = \frac{1}{4}.k(k+1)(k+2)(k+3) + (k+1)(k+2)(k+3)$

$\Rightarrow S_{k+1} = \frac{1}{4}(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)$

Theo nguyên tắc quy nạp suy ra $S_n = \frac{1}{4}.n(n+1)(n+2)(n+3) \Rightarrow S_{30} = 245520 \Rightarrow$ ***Đáp án B.***

Sử dụng máy tính: $\sum_{1}^{30} X(X+1)(X+2) = 245520$

Câu 5. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+(3n+2)u_n}; n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 50 trong dãy số có giá trị là

A. $\frac{1}{3775}$.　　　　**B.** $\frac{1}{3926}$.　　　　**C.** $\frac{1}{3625}$.　　　　**D.** $\frac{1}{3774}$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1}=\frac{u_n}{1+(3n+2)u_n}\Rightarrow\frac{1}{u_{n+1}}=\frac{1}{u_n}+3n+2;n\ge 1$

$$\frac{1}{u_1}=1$$

$$\frac{1}{u_2}=\frac{1}{u_1}+3.1+2$$

$$\frac{1}{u_3}=\frac{1}{u_2}+3.2+2$$

$$\frac{1}{u_4}=\frac{1}{u_3}+3.3+2$$

$\dots$　　　$\dots$

$$\frac{1}{u_n}=\frac{1}{u_{n-1}}+3(n-1)+2$$

Cộng n đẳng thức trên theo vế ta được

$$\frac{1}{u_n}=1+3[1+2+...+(n-1)]+2(n-1)\Rightarrow\frac{1}{u_n}=1+3\frac{(n-1)n}{2}+2(n-1)=\frac{3n^2+n-2}{2}$$

$$\Rightarrow u_n=\frac{2}{3n^2+n-2}\Rightarrow u_{50}=\frac{1}{3774}\Rightarrow$$ ***Đáp án D.***

Câu 6. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+7;n\ge 1\end{cases}$. Số hạng thứ 2017 trong dãy số có giá trị là

A. 2024　　　　**B.** 2025.　　　　**C.** 14114.　　　　**D.** 14113.

Lời giải

Ta có: $u_2=u_1+7=1+7=8=7.2-6.$

$u_3=u_2+7=8+7=15=7.3-6.$

$u_4=u_3+7=15+7=22=7.4-6.$

$u_5=u_4+7=22+7=7.5-6.$

Nhận thấy quy luật nên giả sử $u_n=7n-6$ (1) Với $n=1$, ta có: $u_1=7.1-6=1$ (đúng).

Vậy (1) đúng với $n=1$.

Giả sử (1) đúng với $n=k\left(k\in N^*\right)$. Có nghĩa là ta có: $u_k=7k-6.$

Ta phải chứng minh (1) đúng với $n=k+1$. Có nghĩa ta phải chứng minh:

$u_{k+1}=7(k+1)-6.$

Từ hệ thức xác định dãy số (u_n) và giả thiết quy nạp ta có:

$u_{k+1}=u_k+7=(7k-6)+7=7(k+1)-6$ (đúng).

$u_n=7n-6\Rightarrow u_{2017}=14113\Rightarrow$ ***Đáp án D.***

Câu 7. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases}u_1=2\\ u_n=5u_{n-1}+6;n\ge 2\end{cases}$. Số hạng thứ 6 trong dãy số có giá trị là

A. $2187,5.$ **B.** $10937,5.$ **C.** $10936.$ **D.** $2186.$

Lời giải

Ta xét $u_n+a=5\left(u_{n-1}+a\right)\Leftrightarrow u_n=5u_{n-1}+4a$

Kết hợp với đề bài $\Rightarrow 4a=6\Leftrightarrow a=\dfrac{3}{2}$

Vậy $u_n=5u_{n-1}+6\Leftrightarrow u_n+\dfrac{3}{2}=5\left(u_{n-1}+\dfrac{3}{2}\right)$

Đặt $v_n=u_n+\dfrac{3}{2}\Rightarrow v_1=u_1+\dfrac{3}{2}=\dfrac{7}{2}$ và $v_n=5v_{n-1}$

Suy ra dãy số (v_n) là cấp số nhân có $v_1=\dfrac{7}{2}$, công bội $q=5$

$\Rightarrow v_n=v_1.q^{n-1}\Rightarrow v_n=\dfrac{7}{2}.5^{n-1}\Rightarrow u_n=v_n-\dfrac{3}{2}=\dfrac{7}{2}.5^{n-1}-\dfrac{3}{2}\Rightarrow u_6=10936\Rightarrow$ ***Đáp án C.***

Câu 8. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases}u_0=2\\ u_1=5\\ u_n=5u_{n-1}-6u_{n-2};n\ge 2\end{cases}$. Số hạng thứ 15 trong dãy số có giá trị là

A. $4733113.$ **B.** $4799353.$ **C.** $14381675.$ **D.** 14381673

Lời giải

Xét $u_n=a_1x_1^n+a_2x_2^n$ với x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $x^2-5x+6=0$

$x_1=2,x_2=3\Rightarrow u_n=a_12^n+a_23^n$

Với: n=0 $u_0 = a_1 + a_2 = 2$

Với: n=1 $u_1 = 2a_1 + 3a_2 = 5$

Ta được $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow u_n = 2^n + 3^n \Rightarrow u_{15} = 14381675 \Rightarrow$ ***Đáp án C.***

Câu 9. Cho dãy số xác định bởi:

$$u_n = \frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}.$$

Số hạng thứ 99 trong dãy số có giá trị là

A. $\frac{9}{10}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** 1. **D.** 2.

$\forall k \in \mathbb{N}^*$ ta có $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}\sqrt{k+1}\left(\sqrt{k+1}+\sqrt{k}\right)} = \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k}\sqrt{k+1}}$

$\Rightarrow \frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$

Khi $k=1 \Rightarrow \frac{1}{2+\sqrt{2}} = \frac{1}{1} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

Khi $k=2 \Rightarrow \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}$

Khi $k=3 \Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}}$

$\ldots \qquad \ldots$

Khi $k=n \Rightarrow \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

Cộng n đẳng thức trên theo vế và giản ước ta được

$u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow u_n = \frac{\sqrt{n+1}-1}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow u_{99} = \frac{9}{10} \Rightarrow$ ***Đáp án A.***

Câu 10. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases}$ $\forall n \geq 1$. Số hạng thứ 32 trong dãy số có giá trị là

A. 246016. **B.** 246017. **C.** 216226. **D.** 216225.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + n^3 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = n^3$.

$$u_1 = 1$$
$$u_2 - u_1 = 1^3$$
$$u_3 - u_2 = 2^3$$
$$u_4 - u_3 = 3^3$$
....
$$u_{n-1} - u_{n-2} = (n-2)^3$$
$$u_n - u_{n-1} = (n-1)^3$$

Cộng từng vế của n đẳng thức trên:

$$u_1 + u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + ... + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1} = 1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + (n-2)^3 + (n-1)^3$$

$$\Leftrightarrow u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + (n-2)^3 + (n-1)^3.$$

Bằng phương pháp quy nạp ta chứng minh được: $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + (n-1)^3 = \frac{(n-1)^2 . n^2}{4}$

Vậy $u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4}$ $\Rightarrow u_{32} = 1 + \frac{32^2.31^2}{4} = 246017$ $\Rightarrow$ ***Đáp án B.***

Câu 11. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 2. \end{cases}$. Số hạng thứ 2017 trong dãy số có giá trị là

A. 6089330. **B.** 6089335. **C.** 6095376. **D.** 6095381.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + 3n - 2 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3n - 2.$

$$u_1 = 5.$$
$$u_2 - u_1 = 3.1 - 2.$$
$$u_3 - u_2 = 3.2 - 2.$$
$$u_4 - u_3 = 3.3 - 2.$$
....
$$u_{n-1} - u_{n-2} = 3(n-2) - 2.$$
$$u_n - u_{n-1} = 3(n-1) - 2.$$

Cộng từng vế của n đẳng thức trên và rút gọn, ta được:

$u_n = 5 + 3\left[1 + 2 + 3 + ... + (n-1)\right] - 2(n-1)$.

$\Leftrightarrow u_n = 5 + \frac{3(n-1).n}{2} - 2(n-1) = 5 + \frac{3(n-1).n - 4(n-1)}{2}$

$\Leftrightarrow u_n = 5 + \frac{(n-1)(3n-4)}{2} \Rightarrow u_{2017} = 6095381$ $\Rightarrow$ ***Đáp án D.***

Câu 12. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 1 - 2.5^n ; n \geq 1 \end{cases}$.

Số hạng thứ 10 trong dãy số có giá trị là

A. -4882683. **B.** 4882683. **C.** $-4882687,5$. **D.** $4882687,5$.

Lời giải

Ta có

$u_1 = 1$

$u_2 = u_1 + 3.1 - 1 - 2.5^1$

$u_3 = u_2 + 3.2 - 1 - 2.5^2$

... ...

$u_n = u_{n-1} + 3.(n-1) - 1 - 2.5^{n-1}$

Cộng n đẳng thức trên theo vế suy ra

$u_n = 1 + 3\left[1 + 2 + 3 + ... + (n-1)\right] - (n-1) - 2\left[5^1 + 5^2 + 5^3 + ... + 5^{n-1}\right]$

Trong đó $1 + 2 + 3 + ... + (n-1) = \frac{(n-1)n}{2}$

Và tổng $A = 5^1 + 5^2 + ... + 5^{n-1}$ là tổng $n-1$ số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng thứ nhất $a_1 = 5$, công bội $q = 5$

$\Rightarrow A = S_{n-1} = a_1 \frac{1 - q^{n-1}}{1 - q} \Rightarrow A = 5.\frac{1 - 5^{n-1}}{-4} = -\frac{5}{4} + \frac{5^n}{4}$

$u_n = 2 - n + 3\frac{(n-1)n}{2} - 2\left[-\frac{5}{4} + \frac{5^n}{4}\right] = \frac{1}{2}\left(3n^2 - 5n + 9 - 5^n\right)$

$u_n = \frac{1}{2}\left(3n^2 - 5n + 9 - 5^n\right) \Rightarrow u_{10} = -4882683 \Rightarrow$ ***Đáp án A.***

Câu 13. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n ; n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 15 trong dãy số có giá trị là

A. $\dfrac{1}{2^{12}}$. **B.** $\dfrac{1}{2^{15}}$. **C.** $\dfrac{1}{2^{11}}$. **D.** $\dfrac{1}{2^{16}}$.

Lời giải

Từ công thức truy hồi đã cho suy ra (u_n) là một cấp số nhân có $u_1 = 8$ và công bội $q = \dfrac{1}{2}$ nên số hạng tổng quát là $u_n = u_1.q^{n-1} \Rightarrow u_n = 8.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^{4-n}$

$\Rightarrow u_{15} = 2^{4-15} = \dfrac{1}{2^{11}} \Rightarrow$ ***Đáp án C.***

Câu 14. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + 1 ; n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng thứ 5525 trong dãy số có giá trị là

A. $5525^2 - 5523$. **B.** $5525^2 - 5524$ **C.** $\dfrac{1}{2}\left(5525^2 - 5523\right)$ **D.** $\dfrac{1}{2}\left(5525^2 - 5524\right)$.

Lời giải

Ta có

$$u_1 = 1$$
$$u_2 = 2$$
$$u_3 = 2u_2 - u_1 + 1$$
$$u_4 = 2u_3 - u_2 + 1$$
$$\ldots \qquad \ldots$$
$$u_n = 2u_{n-1} - u_{n-2} + 1$$

Cộng n đẳng thức trên theo vế ta được

$u_1 + u_n = u_{n-1} + 2 + n - 1$

$\Rightarrow u_n = u_{n-1} + n$ (*)

Từ đề bài và (*) ta lại suy ra

$$u_1 = 1$$
$$u_2 = u_1 + 1$$
$$u_3 = u_2 + 2$$
$$u_4 = u_3 + 3$$
$$\ldots \qquad \ldots$$
$$u_n = u_{n-1} + n - 1$$

Cộng n đẳng thức trên theo vế ta được

$$u_n = 1 + 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) = 1 + \frac{(n-1)n}{2} = \frac{1}{2}\left(n^2 - n + 2\right)$$

$u_n = \frac{1}{2}\left(n^2 - n + 2\right) \Rightarrow u_{5525} = \frac{1}{2}\left(5525^2 - 5523\right) \Rightarrow$ ***Đáp án C.***

Câu 15. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1 + u_n} \end{cases}$; $n \geq 1$. Số hạng thứ 100 trong dãy số có giá trị là

A. 100. **B.** $\frac{1}{100}$. **C.** 99 **D.** $\frac{1}{99}$.

Lời giải

Ta có:

$$u_2 = \frac{u_1}{1 + u_1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}. \quad u_3 = \frac{u_2}{1 + u_2} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.$$

$$u_4 = \frac{u_3}{1 + u_3} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{4}. \quad u_5 = \frac{u_4}{1 + u_4} = \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{5}.$$

Từ các số hạng đầu trên, ta dự đoán số hạng tổng quát u_n có dạng: $u_n = \frac{1}{n}, \forall n \geq 1. (*)$

Ta dùng phương pháp quy nạp để chứng minh công thức $(*)$

Đã có: $(*)$ đúng với $n = 1$

Giả sử $(*)$ đúng khi $n = k$. Nghĩa là ta có: $u_k = \frac{1}{k}$

Ta chứng minh $(*)$ đúng khi $n = k + 1$. Nghĩa là ta phải chứng minh: $u_{k+1} = \frac{1}{k+1}$.

Thật vậy từ hệ thức xác định dãy số và giả thiết quy nạp ta có:

$$u_{k+1}=\frac{u_k}{1+u_k}=\frac{\frac{1}{k}}{1+\frac{1}{k}}=\frac{\frac{1}{k}}{\frac{k+1}{k}}=\frac{1}{k+1}.$$

Vậy : $(*)$ đúng khi $n=k+1$,suy ra $(*)$ đúng với mọi số nguyên dương n.

$u_n=\frac{1}{n},\forall n\geq 1\Rightarrow u_{100}=\frac{1}{100}\Rightarrow$ ***Đáp án B.***

Câu 16. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=2u_n+5,n\geq 1\end{cases}$.

Số hạng thứ 2018 trong dãy số có giá trị là

A. $3.2^{2017}-5.$ **B.** $3.2^{2017}+1.$ **C.** $3.2^{2018}-5.$ **D.** $3.2^{2018}+1.$

Lời giải

Theo đề bài $u_{n+1}=2u_n+5\Leftrightarrow u_{n+1}=2\left[u_n+\frac{5}{2}\right]$

Ta tìm số a thỏa mãn $u_{n+1}+a=2\left[u_n+a\right]\Leftrightarrow u_{n+1}=2u_n+a$

Mà $u_{n+1}=2u_n+5$ nên ta phải có $a=5$

Đặt $v_n=u_n+5\Rightarrow v_1=u_1+5=6$ và $v_{n+1}=2v_n$

$\Rightarrow (v_n)$ là cấp số nhân có công bội $q=2$

$\Rightarrow v_n=v_1.q^{n-1}=6.2^{n-1}=3.2^n\Rightarrow u_n=v_n-5=3.2^n-5$

Số hạng tổng quát của dãy số đã cho là $u_n=3.2^n-5\Rightarrow u_{2018}=3.2^{2018}-5\Rightarrow$ ***Đáp án C.***

Câu 17. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases}u_1=2\\u_{n+1}=u_n+2n+1,n\geq 1\end{cases}$. Số hạng thứ 5000 trong dãy số có giá trị là

A. $5000^2+3.5000+1.$ **B.** $5000^2+1.$

C. $5000^2+2.5000+1.$ **D.** $5000^2+2.5000.$

Ta có :

$$u_1=2$$
$$u_2=u_1+2.1+1$$
$$u_3=u_2+2.2+1$$
$$u_4=u_3+2.3+1$$
$$\ldots \qquad \ldots$$

$$u_n = u_{n-1} + 2.(n-1) + 1$$

Cộng n đẳng thức trên theo vế ta được

$u_n = 2 + 2(1 + 2 + ... + (n-1)) + n - 1$

Mà $1 + 2 + ... + (n-1) = \dfrac{(n-1)n}{2}$

$\Rightarrow u_n = n + 1 + (n-1)n = n^2 + 1$

Số hạng thứ 5000 trong dãy số có giá trị là $u_{500} = 5000^2 + 1 \Rightarrow$ ***Đáp án B.***

Câu 18. Cho dãy số xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 9u_n + 8n^2 + 14n + 1; n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng thứ 7 trong dãy số có giá trị là

A. 4517185. **B.** 501868. **C.** 4517180. **D.** 501863.

Lời giải

Từ đề bài suy ra $f(n) = 8n^2 + 14n + 1$ là đa thức bậc hai ẩn n nên ta xét đa thức

$g(n) = an^2 + bn + c$ sao cho $u_{n+1} + g(n+1) = 9[u_n + g(n)]$

$\Rightarrow u_{n+1} + a(n+1)^2 + b(n+1) + c = 9[u_n + an^2 + bn + c]$

$\Rightarrow u_{n+1} = 9u_n + 8an^2 + (8b - 2a)n + 8c - b - a$

Mà $u_{n+1} = 9u_n + 8n^2 + 14n + 1$ nên ta phải có

$8an^2 + (8b - 2a)n + 8c - b - a = 8n^2 + 14n + 1$

$8an^2 + (8b - 2a)n + 8c - b - a = 8n^2 + 14n + 1 \Rightarrow \begin{cases} 8a = 8 \\ 8b - 2a = 14 \\ 8c - b - a = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow a = 1; b = 2; c = \dfrac{1}{2}$ suy ra $g(n) = n^2 + 2n + \dfrac{1}{2}$

Do đó $\Rightarrow u_{n+1} + (n+1)^2 + 2(n+1) + \dfrac{1}{2} = 9\left[u_n + n^2 + 2n + \dfrac{1}{2}\right]$

Đặt $v_n = u_n + n^2 + 2n + \dfrac{1}{2} \Rightarrow v_1 = u_1 + \dfrac{7}{2} = \dfrac{17}{2}$ và $v_{n+1} = 9v_n$

Suy ra (v_n) là cấp số nhân có $v_1 = \frac{17}{2}$, công bội $q = 9$

$\Rightarrow v_n = v_1.q^{n-1} \Rightarrow v_n = \frac{17}{2}.9^{n-1} = \frac{17}{2}.3^{2n-2}$ mà

$v_n = u_n + n^2 + 2n + \frac{1}{2} \Rightarrow u_n = v_n - \left(n^2 + 2n + \frac{1}{2}\right) = \frac{17}{2}.3^{2n-2} - n^2 - 2n - \frac{1}{2}$

$u_n = \frac{17}{2}.3^{2n-2} - n^2 - 2n - \frac{1}{2} \Rightarrow u_7 = 4517185 \Rightarrow$ ***Đáp án A.***